

Utiliser des SVMs pour approcher les contours d'une fonction valeur dans des problèmes d'atteinte de cible

Laetitia Chapel, Guillaume Deffuant

Laboratoire d'Ingénierie pour les Systèmes Complexes

Journées des doctorants

4 juin 2008



Introduction

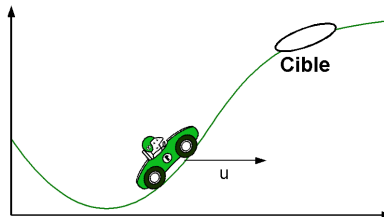
Un exemple simple : voiture sur la colline


- La voiture doit atteindre le plus vite possible le haut de la colline, tout en restant dans un ensemble donné
- Système dynamique

$$\begin{cases} p(t + dt) = p(t) + v(t)dt \\ v(t + dt) = v(t) + f(u(t))dt \end{cases} \quad (1)$$

- Sous contraintes

- $p \in [p_{min}, p_{max}]$
- $v \in [v_{min}, v_{max}]$
- $u \in [-u_{max}, u_{max}]$



- 
- **Contrôle optimal** [Bellman, 1957]
 - associe une récompense à une action \rightarrow maximiser la récompense totale d'une trajectoire
 - fonction valeur : associe à chaque état la valeur de la récompense maximale
 - **Théorie de la viabilité** [Aubin, 1991]
 - maintenir un système dynamique dans un ensemble de contraintes
 - problème d'atteinte de cible
 - bassin de capture : ensemble des états capturant la cible



1. Théorie de la viabilité
2. Approximation de bassins de capture avec des SVMs
3. Exemple d'application : la voiture sur la colline
4. Conclusion

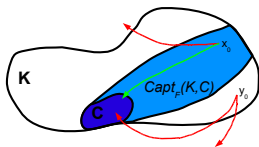


1. Théorie de la viabilité
2. Approximation de bassins de capture avec des SVMs
3. Exemple d'application : la voiture sur la colline
4. Conclusion

- Contrôler un système dynamique afin qu'il survive dans un ensemble d'états admissibles, tout en atteignant une cible
- État $x(t)$, contrôles $u(t)$, cible C

$$\begin{cases} x'(t) = \varphi(x(t), u(t)), & \text{pour tout } t \geq 0 \\ u(t) \in U(x(t)) \subset \mathbb{R}^q \end{cases} \quad (2)$$

- Bassin de capture au temps t_{Max} : ensemble des états initiaux qui peuvent atteindre la cible avant le temps $t \leq t_{Max}$, tout en restant dans K



- L'approximation du bassin de capture permet d'estimer la fonction valeur V
- Définition d'un contrôle optimal u^* , minimum de V

$$u^* = \arg \min_{u \in U(x)} V(x) \quad (3)$$

- u^* tel que le système atteigne la cible en un temps minimal

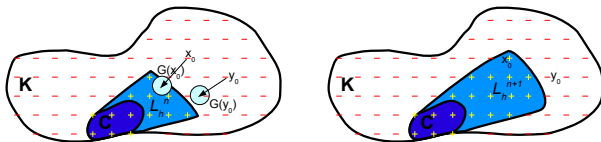


1. Théorie de la viabilité
2. Approximation de bassins de capture avec des SVMs
3. Exemple d'application : la voiture sur la colline
4. Conclusion

Approximation de bassins de capture avec des SVMs

Algorithme

- Algorithme itératif, basé sur la discrétisation de K
- Base d'apprentissage, composée des points de la grille associés à l'étiquette
 - +1 si le point capture la cible à l'itération suivante (optimisation du contrôle)
 - -1 sinon
- Initialisation : +1 si $x \in C$, -1 sinon



- Théorème de convergence vers le vrai bassin de capture

- Utilisation d'une méthode d'optimisation pour trouver un contrôle qui capture la cible

$$u^* = \arg \max_{u \in U(x)} \int f_n(x + \varphi(x, u)dt) \quad (4)$$

Contrôleur optimal

- Contrôle tel que le système traverse les différents bassins de capture aux temps t

$$u_i^* = \arg \max_{u \in U(x_i)} \int f_{n(i)-1}(x_i + \varphi(x_i, u)dt) \quad (5)$$

- Garantit d'atteindre la cible



1. Théorie de la viabilité
2. Approximation de bassins de capture avec des SVMs
3. Exemple d'application : la voiture sur la colline
4. Conclusion

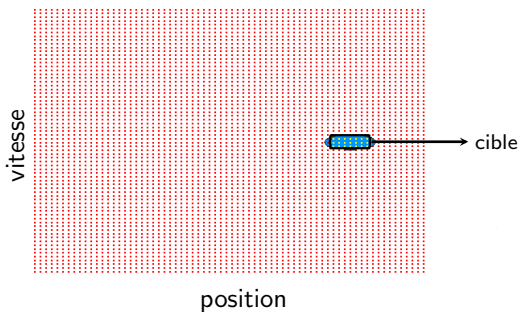


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

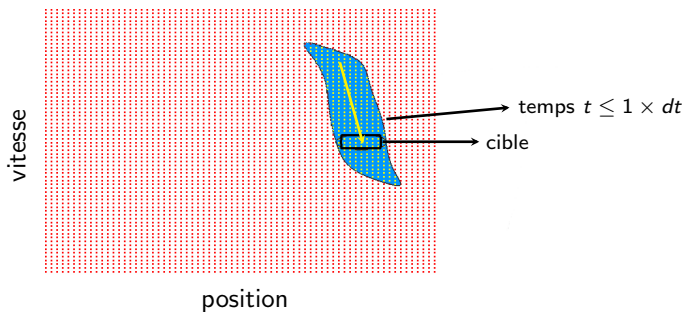


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

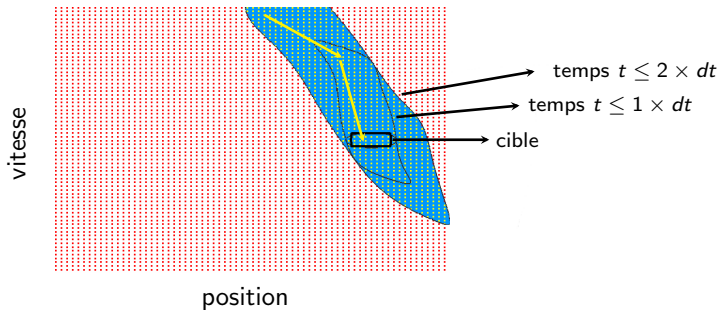


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

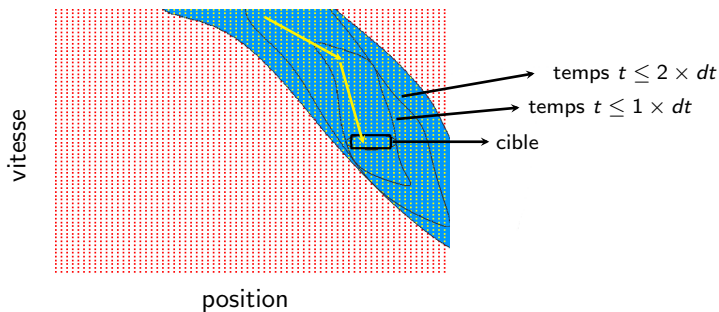


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

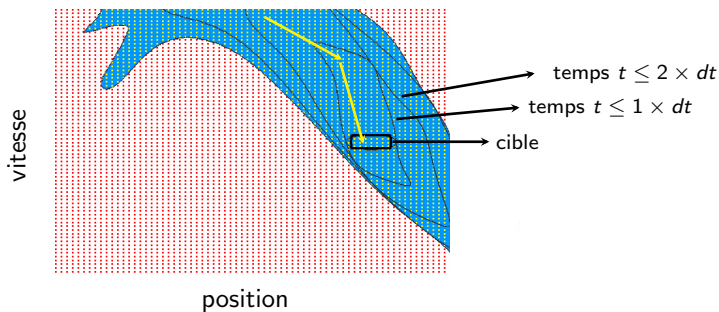


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

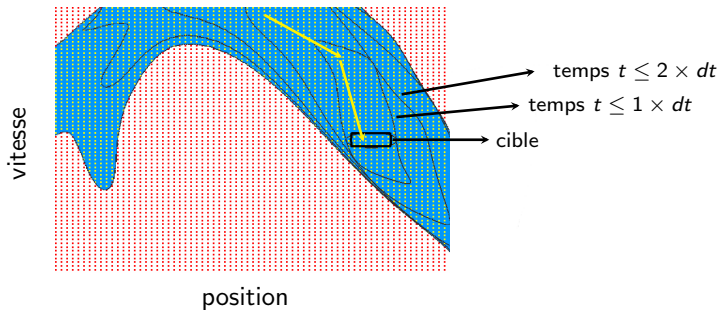


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

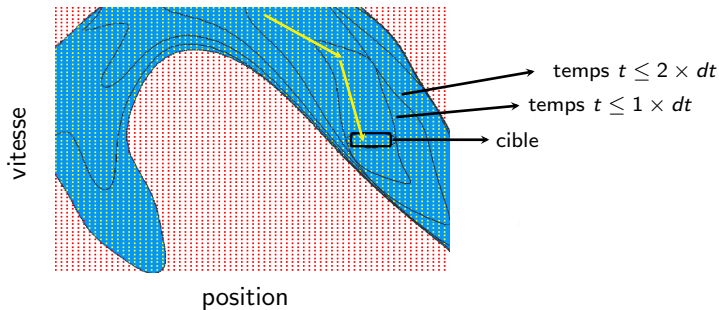


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

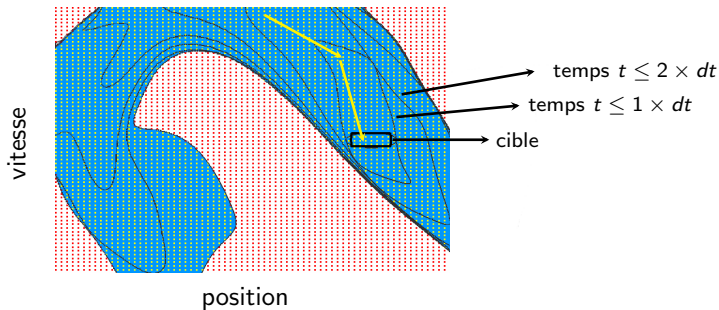


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

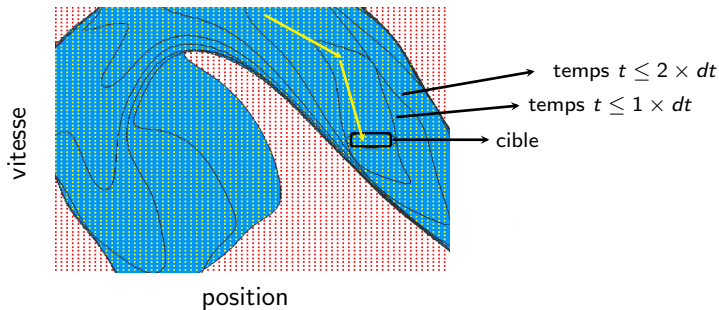


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

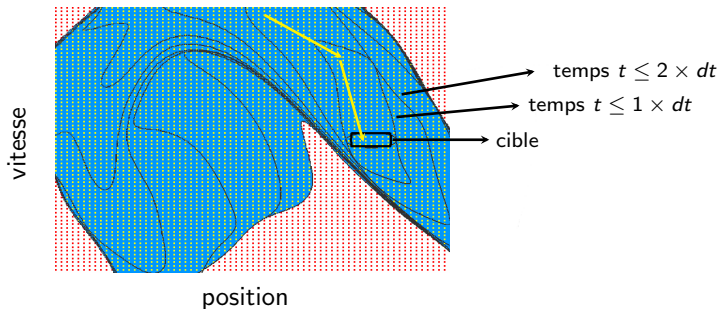


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

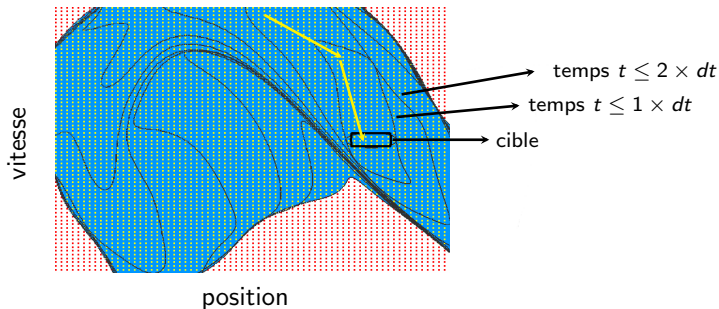


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

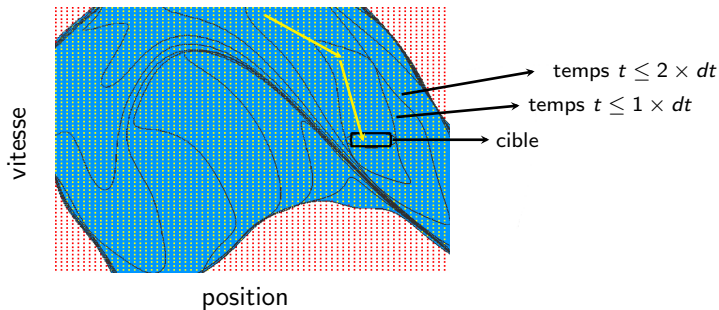


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

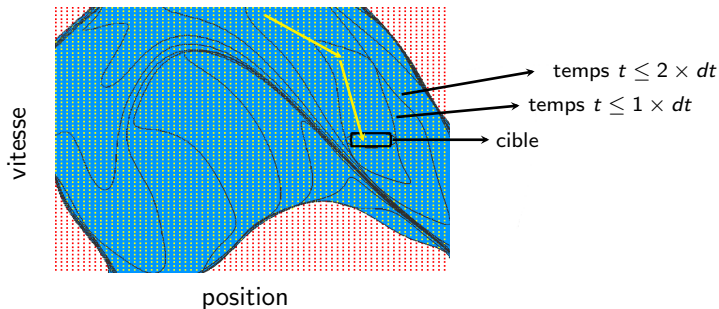


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

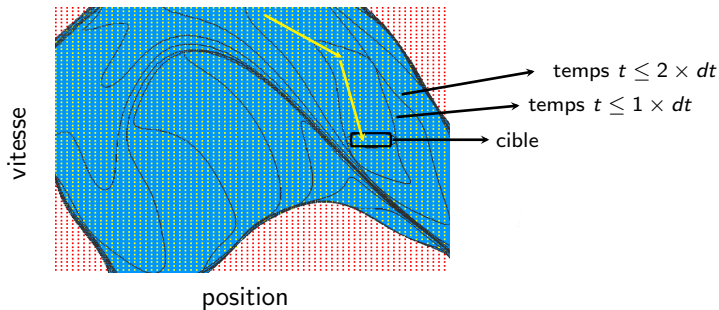


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

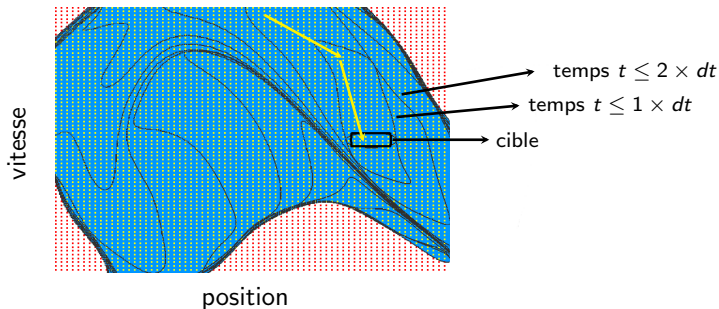


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

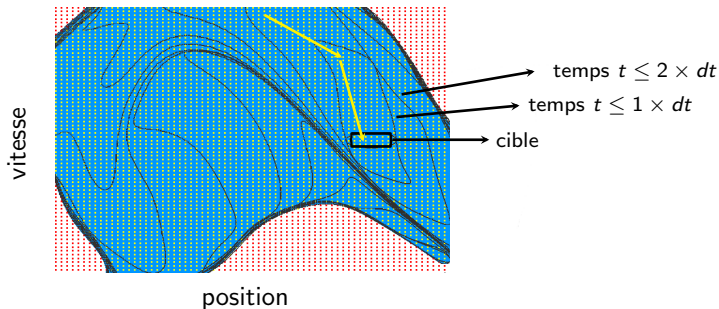


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points

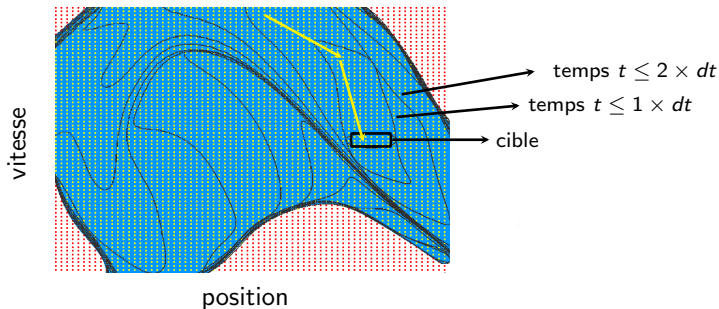


Exemple d'application : la voiture sur la colline

Bassin de capture

Approximation progressive du bassin de capture

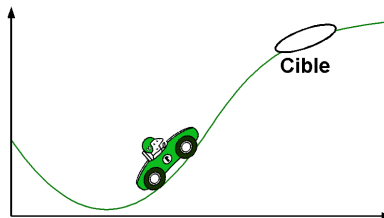
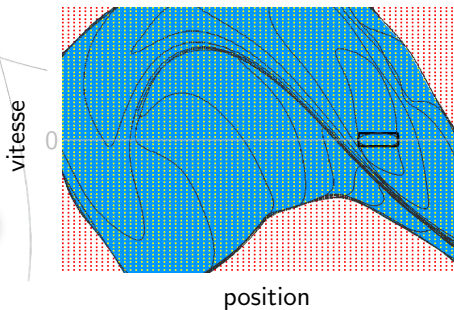
- Espace d'état en 2 dimensions, grille de 5041 points



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

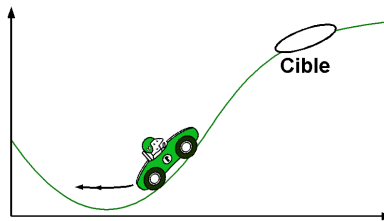
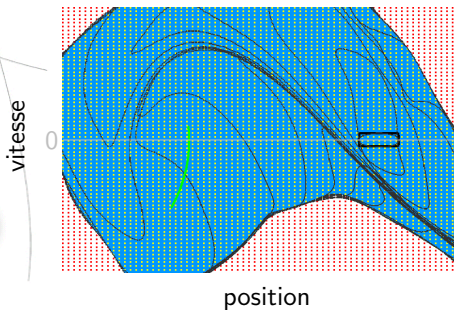
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

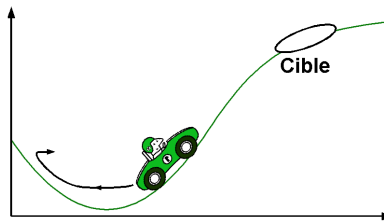
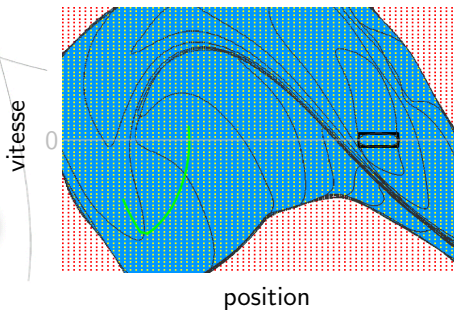
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

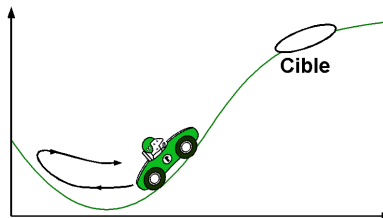
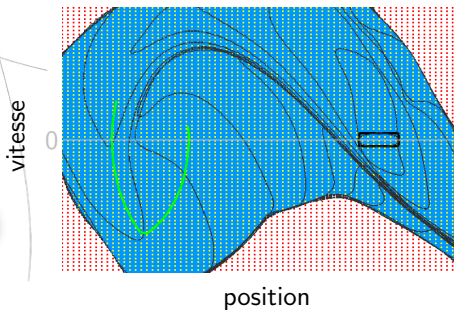
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

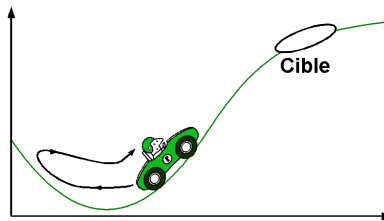
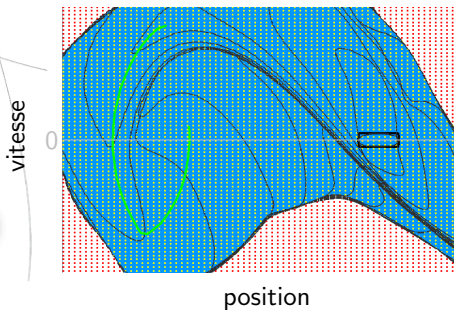
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

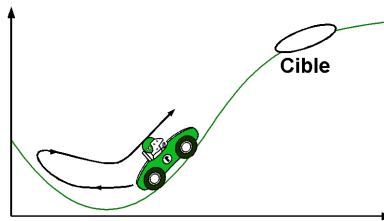
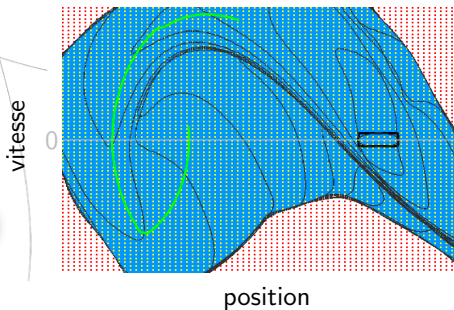
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

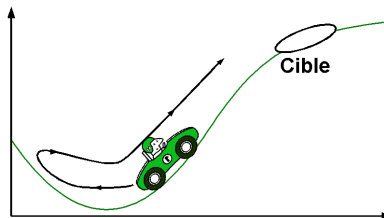
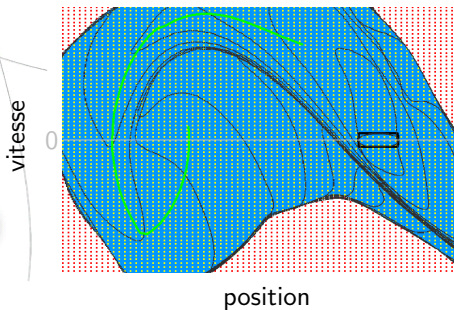
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

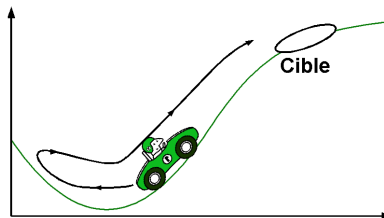
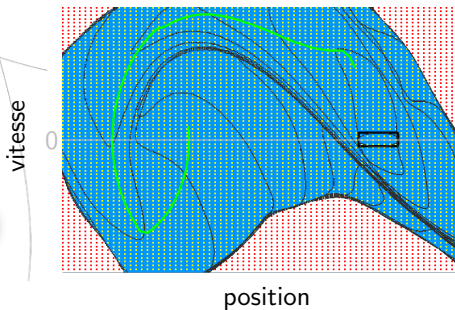
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

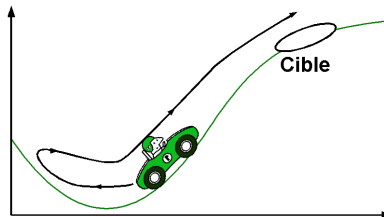
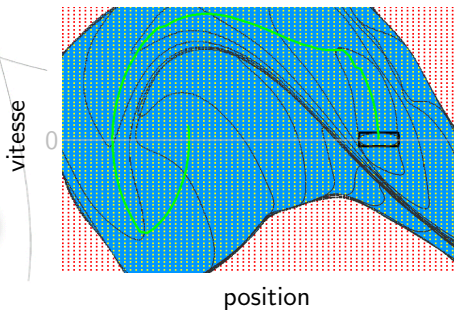
Contrôleur optimal



Exemple d'application : la voiture sur la colline

Contrôleur

Contrôleur optimal





1. Théorie de la viabilité
2. Approximation de bassins de capture avec des SVMs
3. Exemple d'application : la voiture sur la colline
4. Conclusion



Bilan

- Algorithme d'approximation de bassins de capture
- Utilisation de SVMs → méthode d'optimisation pour trouver les contrôles
- Garantie d'atteindre la cible

Perspectives

- Quid grande dimension de l'espace d'état ?
- Comparaison avec la programmation dynamique

Utiliser des SVMs pour approcher les contours d'une fonction valeur dans des problèmes d'atteinte de cible

Laetitia Chapel, Guillaume Deffuant

Laboratoire d'Ingénierie pour les Systèmes Complexes

Journées des doctorants

4 juin 2008

