

# Eutrophisation des lacs : utiliser la résilience pour définir des politiques d'action durables

Laetitia Chapel    Sophie Martin    Guillaume Deffuant

Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Complexes (LISC)  
Cemagref

Journées de la modélisation - 26 novembre 2007



- 1 Eutrophisation des lacs
- 2 Noyau de viabilité
- 3 Calcul des valeurs de résilience
- 4 Conclusion

- 1 Eutrophisation des lacs
- 2 Noyau de viabilité
- 3 Calcul des valeurs de résilience
- 4 Conclusion

# Eutrophisation des lacs

## Définition

### Lac oligotrophe

- eau claire
- apport faible de nutriments
- forte valeur économique

# Eutrophisation des lacs

## Définition

### Lac eutrophe

- eau trouble
- fort apport de nutriments
- faible valeur économique



### Phosphate $P$ dans le lac

- Nutriment le plus critique
- Utilisé par les agriculteurs sous forme d'engrais ou de suppléments alimentaires pour les animaux
- Excès de  $P$  s'accumule dans le sol et est transporté dans le lac
- Si  $P < P_{max}$  alors lac oligotrophe, sinon eutrophe



# Eutrophisation des lacs

## Définition

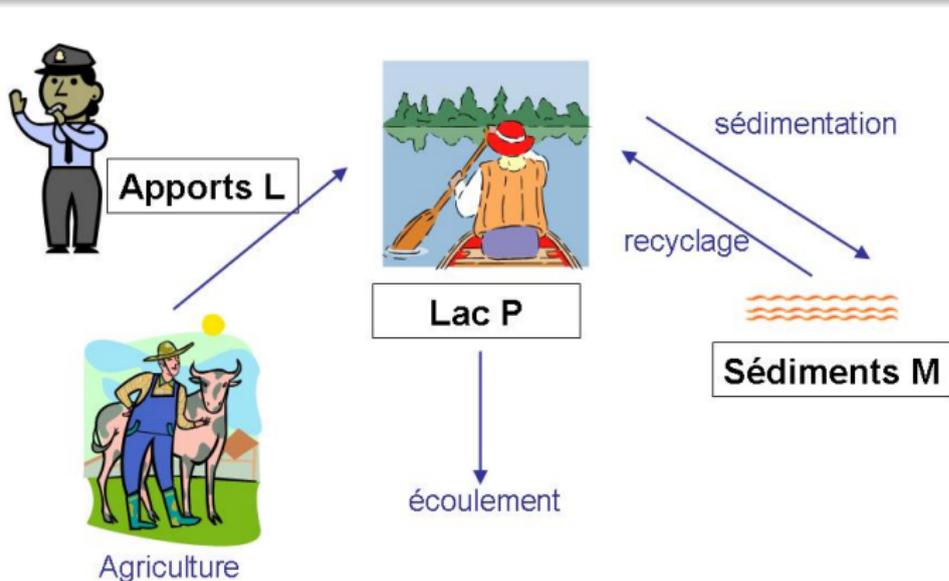


- **Problème** : comment maintenir un lac dans un état oligotrophe tout en assurant la rentabilité des activités agricoles ?
- **Solution** : utiliser la résilience pour définir des politiques d'action durables



# Eutrophisation des lacs

Modèle simplifié en 3 dimensions ( $L, P, M$ )



$$x'(t) = \begin{cases} L'(t) = u, u \in [-VL; +VL] \\ P'(t) = -(s + h)P(t) + L(t) + rM(t)f(P(t)) \\ M'(t) = -kM(t) + sP(t) - rM(t)f(P(t)) \end{cases} \quad (1)$$



### Propriété d'intérêt

- Le lac doit rester dans un état oligotrophe (point de vue de la population)

$$P \in [0; P_{max}]$$

- La rentabilité des activités agricoles doit être assurée

$$L \in [L_{min}; L_{max}]$$

On évalue la résilience de cette propriété d'intérêt





1 Eutrophisation des lacs

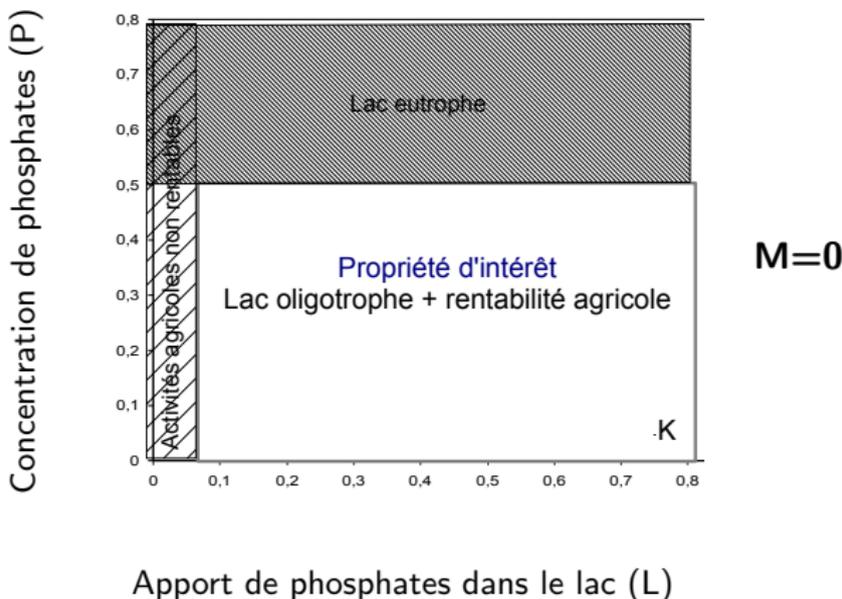
2 Noyau de viabilité

3 Calcul des valeurs de résilience

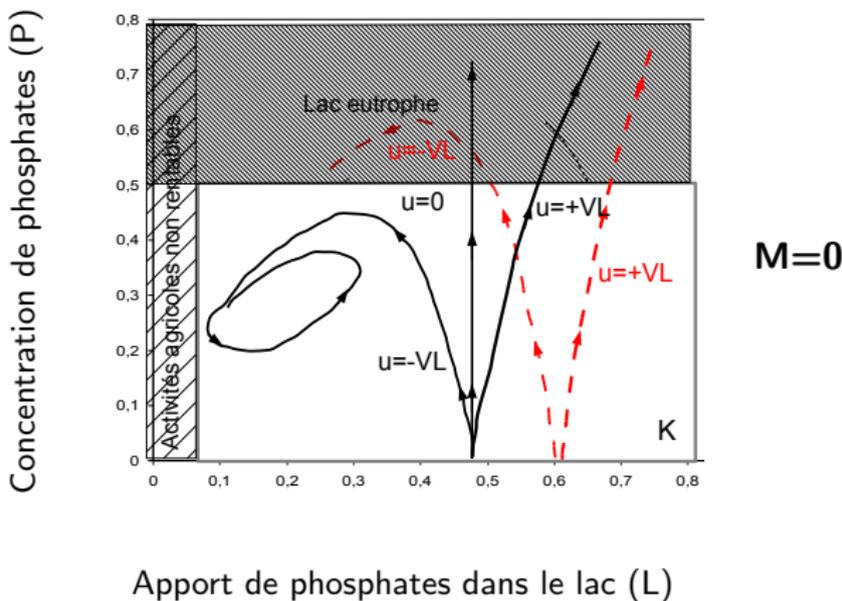
4 Conclusion



- **But:** définir les valeurs de  $P$ ,  $M$  et  $L$  qui sont compatibles avec l'objectif de maintenir la propriété d'intérêt

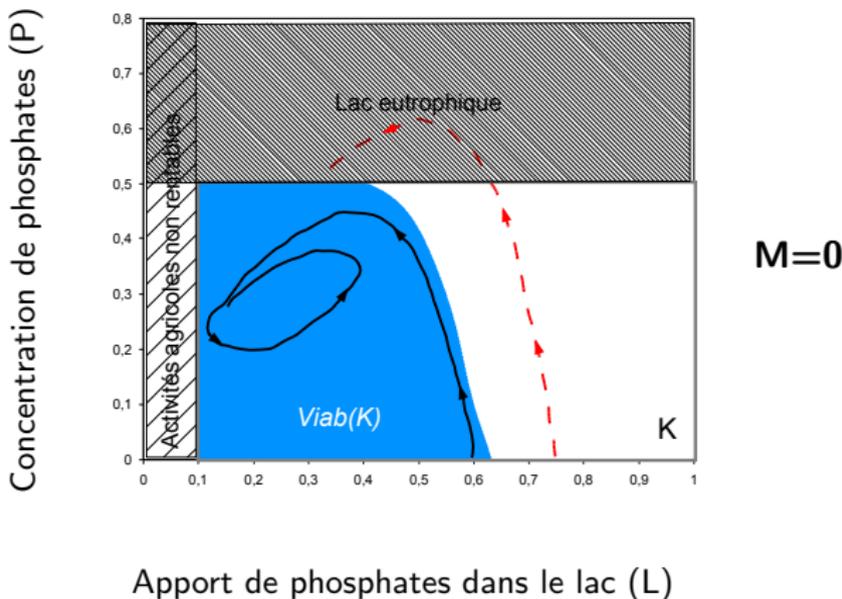


- **État viable** : il existe au moins une évolution qui reste indéfiniment dans  $K$



# Noyau de viabilité

- **Noyau de viabilité** : ensemble des états viables = états pour lesquels la propriété d'intérêt peut être maintenue





## Contrôleur de viabilité

- Le noyau de viabilité permet de définir directement des politiques de contrôle
- Différents types de politiques
  - contrôleurs plus ou moins prudents
  - fonction des choix du gestionnaire



## Algorithme d'approximation de noyau de viabilité

- En général, il n'y a pas de formulation explicite
- Algorithme d'approximation utilisant des SVMs
- Algorithme itératif basé sur la discrétisation de  $K$ 
  - Base d'apprentissage  $\mathcal{S}$  : points de la grille associés à l'étiquette +1 si le point est viable à l'itération suivante, -1 sinon
  - Calcul d'une SVM sur  $\mathcal{S}$
- Fonction SVM : permet d'utiliser une méthode d'optimisation pour trouver un contrôle viable



1 Eutrophisation des lacs

2 Noyau de viabilité

3 Calcul des valeurs de résilience

4 Conclusion



# Calcul des valeurs de résilience

## Définition

- 
- **Résilience** : capacité d'un système à maintenir ses propriétés d'intérêt malgré des perturbations
  - Martin a proposé une interprétation mathématique de la résilience



S. Martin

*The cost of restoration as a way of defining resilience: a viability approach applied to a model of lake eutrophication.*

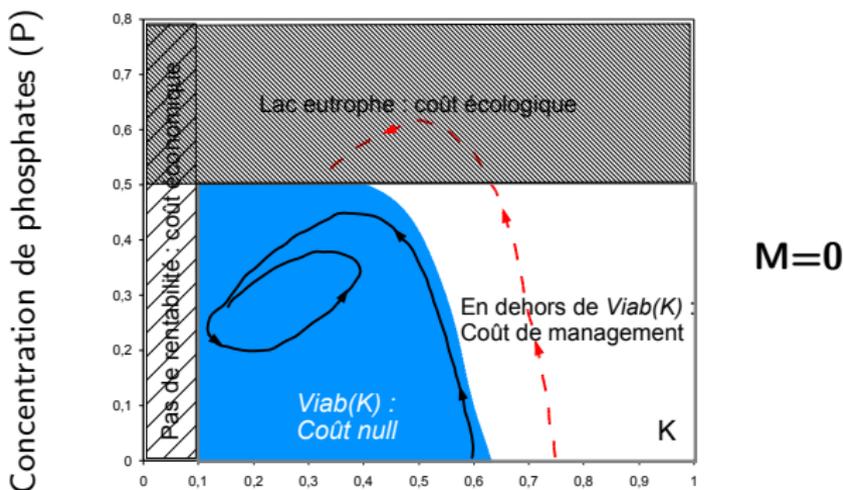
*Ecology and Society, 9(2), 2004.*

- **Résilience** : inverse du coût de restauration de la propriété d'intérêt
- Basé sur la théorie de la viabilité
- Permet de définir directement des politiques d'action durables

# Calcul des valeurs de résilience

## Fonction de coût

- Le noyau de viabilité est le niveau 0 de la fonction de coût



Apport de phosphates dans le lac (L)



### Algorithme pour calculer les valeurs de résilience avec des SVMs

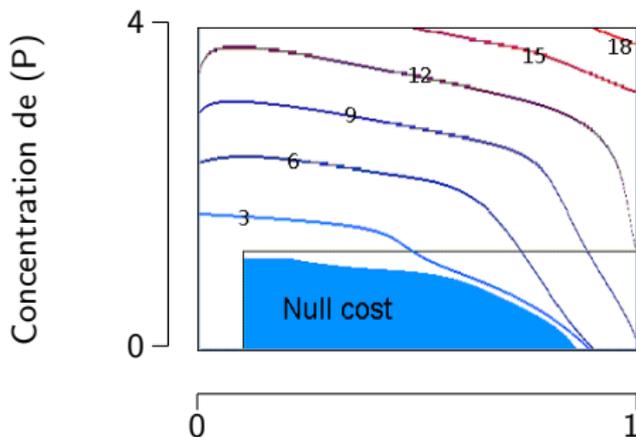
- L'algorithme d'approximation de noyau de viabilité peut être utilisé pour calculer les valeurs de résilience
- Nous proposons un nouvel algorithme qui permet
  - de traiter des modèles plus réalistes (en plus grande dimension)
  - d'introduire des incertitudes dans le modèle



# Calcul des valeurs de résilience

## Coûts de restauration

- A partir d'un état non viable, le système est condamné à quitter  $K$ . On cherche alors des politiques d'action qui lui permette de revenir à l'intérieur de  $Viab(K)$



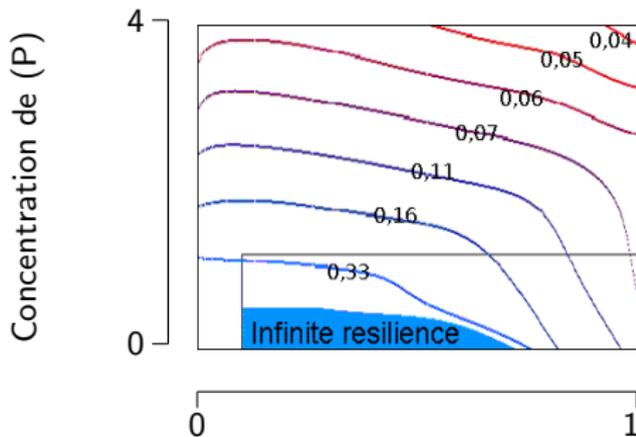
$M=1$

Apport de phosphates dans le lac (L)

# Calcul des valeurs de résilience

## Résultats

- Inverse du coût de restauration de la propriété d'intérêt, perdue après une perturbation
- Perturbation maximale : saut de magnitude  $P = 0,5$



**M=1**

Apport de phosphates dans le lac (L)



### Définition de politiques d'action durables

- Les valeurs de résilience permettent de définir des politiques d'action
- Durables : maintenir ou restaurer (si possible) la propriété d'intérêt
- Politiques avec un coût de restauration minimal





1 Eutrophisation des lacs

2 Noyau de viabilité

3 Calcul des valeurs de résilience

4 Conclusion



- 
- La résilience peut être définie grâce à la théorie de la viabilité
  - Nous proposons un nouvel algorithme qui augmente le potentiel de cette approche en utilisant une méthode d'apprentissage : les SVMs
  - Les valeurs de résilience permettent de définir des politiques d'action durables, avec un coût de restauration minimal